Allocation de bande passante sous contrainte de délais de bout-en-bout

Victor Glaser[1], Anne Bouillard[2]

[1] ENS de Lyon
victor.glaser@ens-lyon.fr
[2] Huawei Technologies France
anne.bouillard@huawei.com

Mots-clés : *Optimsation, Network Calculus, multiplicateurs de Lagrange.*

Introduction Le *Network Calculus* [1] (parfois appelé calcul réseau) est une théorie développée dans le but de calculer des garanties de performances sûres dans les réseaux. Les résultats concernent à la fois la modélisation de routeurs en fonction de la politique d'ordonnancement et l'analyse de grands réseaux. La plupart des résultats portent sur des configurations données (topologie et description des flots de données), et encore très peu sur l'aide à la conception.

Dans ce résumé, nous nous intéressons au problème de l'allocation de la bande passante des serveurs d'un réseau de manière à satisfaire des délais de bout en bout. Pour ce faire, nous utilisons une méthode d'optimisation lagrangienne [2].

Formalisation du problème On suppose un réseau sans dépendance cyclique (sa topologie sous-jacente est un graphe orienté acyclique) :

— il est composé de n serveurs (les nœuds du graphe), et les données qui traitent les données dans leur ordre d'arrivée. Dans le serveur j, la quantité de données $D_j(t)$ pouvant être servie pendant une période de longueur t (quand il y a toujours des données à servir) satisfait $\beta_j(t) = R_j(t - T_j) \leq D_j(t) \leq L_j + C_j t = \sigma_j(t)$. Ici, β_j représente le service garanti et σ_j une régulation ;

— m flots de données y circulent. Chaque flot i a un chemin fixé π_i et ne peut envoyer plus de $b_i + r_i t$ bits de données pendent un intervalle de temps t.

L'objectif est de trouver des taux de service $R = (R_j)_{j\leq n}$ qui satisfont des contraintes de délai : on fixe τ_i pour chaque flot i, et une borne supérieure du délai de bout-en-bout du flot i, $d_{beb,i}(R)$, doit satisfaire $d_{i,beb}(R) \leq \tau_i$.

Bien sûr, on veut choisir $R = (R_j)_{j\leq n}$ aussi petit que possible. Pour ce faire on introduit une fonction de coût $f : \mathbb{R}_+^n \to \mathbb{R}$, croissante et convexe. La formulation mathématique de notre problème est donc

$$\min\{f(R) \mid \forall j \leq n,\ 0 \leq R_j \leq C_j \text{ et } \forall i \leq m,\ d_{beb,i}(R) \leq \tau_i\}.$$

Calcul des délais de bout-en-bout La technique que nous utilisons ici consiste à d'abord calculer des bornes de délai d_j pour chaque serveur j par des techniques issues du *Network Calculus*. La somme de ces délais sur le chemin du flot i est alors le borne de délai $d_{beb,i}(R) = \sum_{j\in\pi_i} d_j$.

La procédure est la suivante : pour chaque serveur (pris dans l'ordre topologique), on calcule

— une borne supérieure α_j de ce qui arrive dans le serveur, en fonction des caractéristiques de flots en entrée de ce serveur et de la régulation des serveurs précédant j.

— une borne supérieure du délai, $d_j = \sup\{\beta_j^{-1}(x_j) - \alpha_j^{-1}(x_j) \mid x_j \geq 0\}$.

— une caractérisation du trafic en sortie du serveur pour chaque flot afin de faire les calculs pour les serveurs suivants.

Multiplicateurs de Lagrange L'idée pour résoudre le problème est d'introduire des multiplicateurs de Lagrange λ_i et les variables x_j : on optimise la fonction

$$\min_R \max_{\lambda,x\geq 0} f(R) + \sum_i \lambda_i(d_{beb,i}(x,R) - \tau_i). \tag{1}$$

On obtient un problème minimax avec les propriétés suivantes. Avec $\mathcal{L}(x,R,\lambda) = f(R) + \sum_i \lambda_i(d_{beb,i}(x,R) - \tau_i)$

— $\mathcal{L}$ est concave en x ;

— $\mathcal{L}$ est un minimum de fonctions convexes en R.

Trouver un minimum (local) peut se faire par itération. À chaque étape, on optimise les valeurs de x, et avec ces valeurs fixés, on calcule des gradients directionnels.

Résultats expérimentaux Nous avons évalué notre algorithme sur la topologie de 21 serveurs, dont les paramètres sauf R sont fixés et de 32 flots, dont les paramètres sont générés aléatoirement. Nous faisons deux types d'optimisation : 1) quand les taux de régulation C_j sont constants ; 2) quand ils sont proportionnels à R_j ($C_j = \eta R_j$ pour une constante $\eta > 1$). Pour ce second cas, les propriétés énoncées plus haut ne sont plus valides.

Pour chaque contrainte de délai, nous effectuons 50 descentes de gradient à partir d'un point aléatoire. Dans le cas 1, nous avons remarqué que toutes convergent vers le même minimum local, alors que ce n'est pas nécessairement dans le cas 2. Toutefois, dans tous les cas, l'écart-type des coûts obtenus est très faible (inférieur à 0.5 dans quasiment tous les cas). Les seules exceptions sont pour $C = \eta R$. La figure de droite montre un exemple où la convergence ne se fait pas vers un unique point : c'est la projection en dimension 2 des taux trouvés, et l'on voit deux regroupements, et a priori une convergence vers deux minimum locaux.

Le coût de l'allocation optimale de bande passante diminue à mesure que les taux de régulation s'approchent des taux de service. En effet, les délais de bout-en-bout sont en général améliorés par cette régulation.

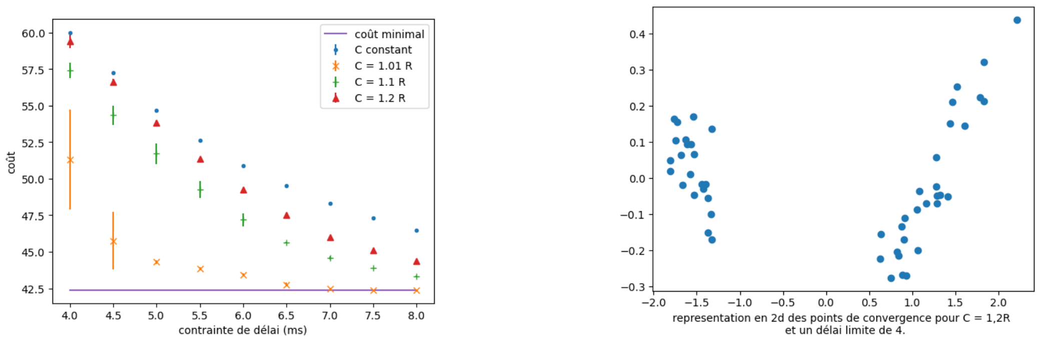

FIG. 1 – Résultats expérimentaux.

Conclusions et perspectives L'utilisation des résultats du Network Calculus pour l'optimisation de la conception de système est encore balbutiante. Nous avons présenté ici une première approche pour l'allocation de bande passante, qui est un premier pas pour la conception de réseaux plus complexes, et optimiser les paramètres de politiques d'ordonnancement partageant la bande passante.

Références

[1] Anne Bouillard, Marc Boyer, and Euriell Le Corronc. *Deterministic Network Calculus : From Theory to Practical Implementation.* ISTE, 2018.

[2] Dimitri P. Bertsekas *Nonlinear programming.* Athenas Scientific, second edition, 2008.