

Complexité du problème de distance d'édition minimum à un line-digraphe

Quentin Japhet¹, Dominique Barth¹, Dimitri Watel², Marc-Antoine Weisser³

¹ DAVID, UVSQ, quentin.japhet@uvsq.fr, dominique.barth@uvsq.fr

² SAMOVAR, ENSIIE, dimitri.watel@ensiie.fr

³ LISN, Centrale Supélec marc-antoine.weisser@centralesupelec.fr

Mots-clés : *Line-digraphes, Distance d'édition, Complexité paramétrée, Réduction*

La distance d'édition est une mesure classique utilisée pour évaluer la proximité entre un graphe donné et un autre graphe ou une classe de graphes. Cette distance représente le nombre minimum de modifications requises pour transformer le graphe initial en un graphe appartenant à la classe voulue. Ce problème a fait l'objet de nombreuses recherches notamment sur sa complexité paramétrée vis-à-vis de la distance recherchée [1] selon les classes de graphes considérées. Une étude a été menée sur la classe des line-graphes [2] pour son application possible dans la reconstitution d'information sur les topologies de réseaux électriques. Nous nous concentrons ici sur la version orientée du problème, la classe des line-digraphes.

Un line-digraphe est un graphe orienté obtenu à partir d'un autre graphe orienté. Connaissant un digraphe $G = (V, E)$, le line-digraphe de G est un digraphe L possédant un nœud v_e pour chaque arc e de G et un arc reliant v_e à v_f si l'arc e pointe vers un nœud qui est l'origine de l'arc f dans G , voir figure 1.

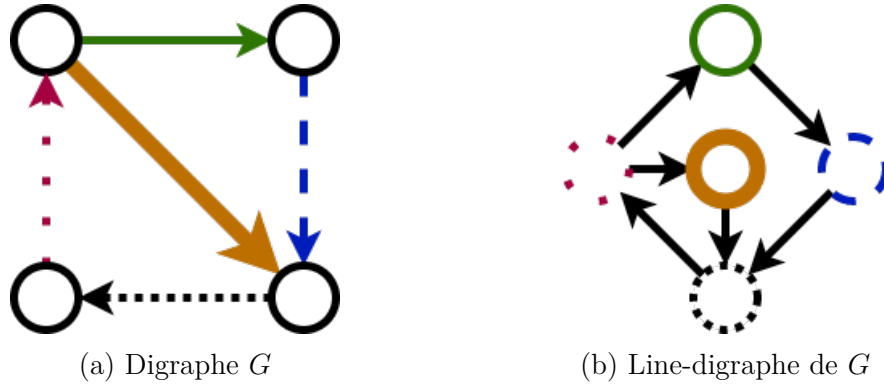


FIG. 1 – Line-digraphe

Savoir si un digraphe est un line-digraphe a déjà été largement traité. Les line-digraphes peuvent être caractérisés par un ensemble de trois sous-graphes interdits et un sous-graphe interdit conditionnel [3] qui peuvent être utilisés pour répondre à la question en temps polynomial. Ces graphes sont représentés figure 2.

Soit un digraphe D et un entier k . Existe-t-il un graphe D' avec les mêmes sommets que D tel que D' soit un line-digraphe et que la distance de Hamming entre D et D' soit inférieure ou égale à k ?

Nous avons montré que le problème de décision associé au problème d'édition est polynomial pour la complétion (seul l'ajout d'arc est autorisé). Nous avons aussi montré que le problème

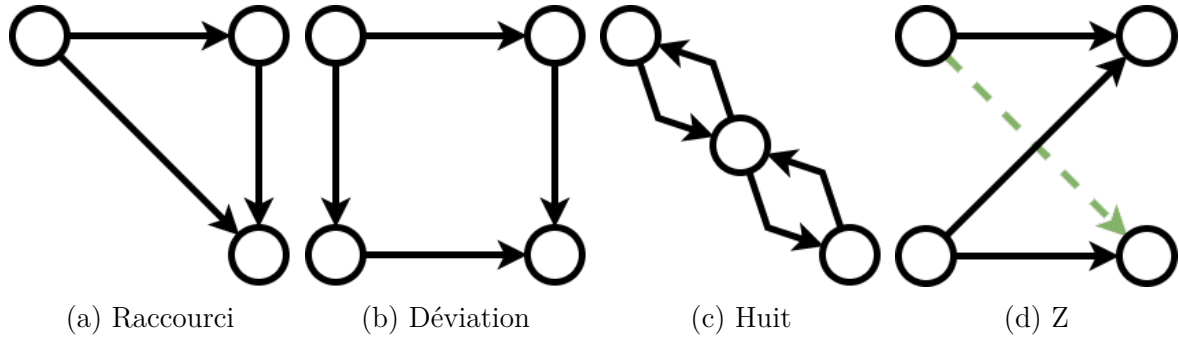


FIG. 2 – Sous-graphes interdits pour les line-digraphes.

Le sous-graphe Z est autorisé si on lui ajoute l'arc en pointillé, ce qui forme un $K_{2,2}$.

est NP-complet pour la suppression (uniquement des retraits d'arc). La difficulté du problème est liée à la présence d'un sous-graphe partiel particulier, le Z , figure 2d. En particulier, le problème reste NP-Complet même si le graphe est une union de Z et il est FPT lorsqu'il est paramétré par le nombre de Z présents dans le digraphe.

La question reste ouverte quand l'ajout et le retrait sont autorisés.

Références

- [1] C. Crespelle, P.G. Drange, F.V. Fomin, P.A. Golovach, *A survey of parameterized algorithms and the complexity of edge modification*, Computer Science Review, 48 :100556 (2023).
- [2] W. Ehounou, D. Barth, A. de Moissac, D. Watel, M.-A. Weisser. *Minimizing the hamming distance between a graph and a line-graph to discover the topology of an electrical network*, Journal of Graph Algorithms and Applications, 24 :133–153 (2020).
- [3] L. W. Beineke, *On derived graphs and digraphs*, Beiträge zur Graphentheorie, 17-33, 1968.