

# Stratégies d'utilisation de solutions flexibles pour l'ordonnancement sous incertitude à deux niveaux

Louis Riviere<sup>1,2,3</sup>, Christian Artigues<sup>1,2</sup> and Hélène Fargier<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> Artificial and Natural Intelligence Toulouse Institute, Université de Toulouse, France

<sup>2</sup> LAAS-CNRS, Université de Toulouse, CNRS, UPS, Toulouse, France

<sup>3</sup> IRIT, Université de Toulouse, CNRS, UPS, Toulouse, France

**Mots-clés** : *Ordonnancement, incertitude, séquence de groupes d'opérations permutable*

## 1 Introduction et définition du problème

Parmi les approches pour la résolution de problèmes d'ordonnancement sous incertitudes, les approches les plus efficaces allient de façon réfléchie l'intelligence des approches proactives, avec la flexibilité des approches réactives. On appelle ces méthodes "proactives-réactives intégrées". Dans ce papier, nous étudions une famille d'approches proactive-réactives à deux niveaux. Dans le premier niveau, hors-ligne, une décision partielle caractérise un ensemble de solutions. Cette décision est utilisée lors de la phase réactive (en-ligne), afin de guider les décisions d'une politique automatique de décision. Les décisions partielles qu'il est possible de prendre à l'issue de la phase proactive, ainsi que la politique utilisée lors de la phase réactive définissent une **stratégie à deux niveaux**.

Le problème à une machine (1P) vise à ordonner un ensemble de  $N$  tâches étant données des dates de disponibilités incertaines décrites par un ensemble discret de scénarios  $S$ . Un problème avec  $|N|$  tâches et  $|S|$  scénarios est défini comme un tuple  $\mathbf{1P} = (P, R, D, E, \oplus, \gamma)$  avec  $p_i \in P$  la **durée d'exécution** de la tâche  $i$ ,  $r_i^s \in R$  la **date de disponibilité** de la tâche  $i$  dans le scénario  $s \in S$ ,  $d_i \in D$  la **date de livraison** de la tâche  $i$ , et  $E$  est l'ensemble des **contraintes de précédence**. Le paramètre  $\oplus \in \{max, avg\}$  est l'**agrégateur d'objectifs** entre les scénarios,  $max$  correspondant à l'optimisation robuste et  $avg$  à l'optimisation stochastique, et le paramètre  $\gamma \in \{\sum C_i, L_{MAX}\}$  est l'**objectif**. L'incertitude est modélisée par un ensemble discret de scénarios  $S$  qui pourraient être obtenues en échantillonnant des réalisations passées du problème, et ne nécessitent pas la connaissance des lois de distribution des paramètres incertains. Un scénario particulier  $s$  fixe une date de disponibilité  $r_i^s$  pour chaque job  $i$ , et un ensemble de scénarios représentent plusieurs réalisations possibles de ces dates. Nous supposons un modèle d'information qui correspond à la connaissance de l'état présent des tâches de l'atelier mais aucune anticipation possible.

## 2 Stratégies à deux niveaux et résultats expérimentaux

Le problème de décision à deux niveaux se résume pour une instance donnée et une stratégie  $F = (\Omega_F, H_F)$  en :  $\operatorname{argmin}_{\mathcal{X} \in \Omega_F} \bigoplus_{s \in S} \gamma(H_F(\mathcal{X}, s), s)$  où  $\Omega_F$  est un ensemble de décisions de premier niveau accessibles par la stratégie  $F$ , et  $H_F$  est la politique de second niveau de la stratégie. La décision de premier niveau  $\mathcal{X}$  décrit un ensemble de séquences parmi lesquelles la politique de second niveau devra choisir. Nous ne considérons dans ce papier que la politique "Premier arrivé premier servi" (FIFO), correspondant aussi à la politique "earliest release date" (ERD) pour le problème à une machine. A chaque moment de décision, la politique FIFO choisit, parmi les tâches pouvant être lancées selon la décision de premier niveau, celle qui était prête en premier. Cette politique n'anticipe ainsi aucune information sur le futur. La tâche ainsi sélectionnée est ordonnancée au plus tôt.

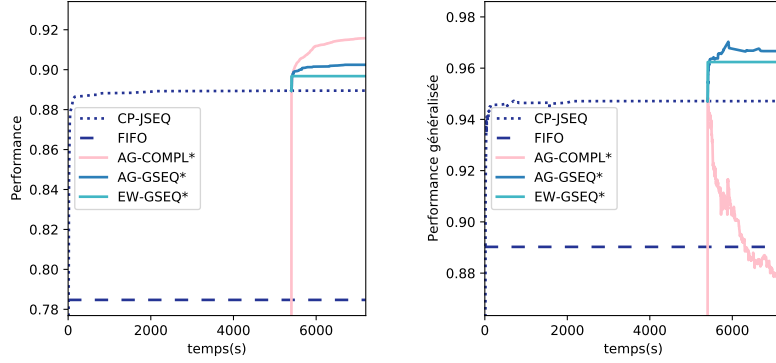


Fig. 1 Performance et performance généralisée des méthodes comparées

On prend comme stratégies de références la stratégie JSEQ (*Job Sequence*) et la stratégie FIFO. Dans la stratégie principalement proactive JSEQ, la décision de premier niveau  $|\mathcal{X}| = 1$  restreint maximalelement l'ensemble des séquences à une séquence unique. Conformément à la majorité des travaux en ordonnancement stochastique ou robuste [2], la décision de second niveau revient à ordonnancer au plus tôt les tâches dans l'ordre défini par la séquence. Ce point de comparaison permet d'étudier s'il est intéressant de reporter certaines décisions à la phase réactive. Un autre point de comparaison est la stratégie purement réactive "FIFO", qui correspond au cas où aucune décision n'est prise au premier niveau :  $|\mathcal{X}| = N!$ . Dans ce cas, la politique FIFO de second niveau prend toutes les décisions. A chaque moment de décision, cette stratégie met au défi l'idée qu'il soit possible (du moins dans un temps restreint) de trouver des décisions de premier niveau intéressantes. Nous proposons deux autres stratégies : GSEQ (*Group Sequence*) et COMPL (Compleète). Dans la stratégie GSEQ, la décision de premier niveau est restreinte à l'ensemble de séquences décrit par une séquence de groupes d'opérations permutable. Les approches utilisant cette structure de donnée [1] cherchent à maximiser le nombre de séquences représentées. Nous étudions ici l'impact qu'apporte la prise en compte de la politique de second niveau lors de la recherche au premier niveau. Nous proposons également la stratégie COMPL, pour laquelle toutes les décisions possibles de premier niveau sont accessibles. On remarque que pour  $F \in \{JSEQ, FIFO\}$ ,  $\Omega_F \subset \Omega_{GSEQ} \subset \Omega_{COMPL}$  et donc en théorie COMPL domine GSEQ qui domine FIFO et JSEQ cependant, dans un temps de calcul limité, le plus grand espace de recherche associé à une stratégie qui domine  $F$  peut obtenir de moins bonnes solutions que  $F$ . Nous proposons de nouveaux algorithmes exacts et approchés pour la résolution du problème à deux niveaux des stratégies GSEQ et COMPL. Nous présentons seulement deux métaheuristiques (AG-GSEQ et AG-COMPL) dans le cas robuste ( $\oplus = \max$ ). Les résultats (Fig. 1) donnent la performance (score d'une méthode divisé par le score de la meilleure méthode sur un ensemble d'instances d'entraînement avec un nombre de scénarios réduits) et la performance généralisée (performance de la solution obtenue par une méthode à l'entraînement sur des instances de tests à plus grands nombres de scénarios) de chaque méthode. L'utilisation de la stratégie GSEQ permet d'améliorer systématiquement la qualité des solutions JSEQ, en particulier, utiliser une partie du temps pour obtenir une solution JSEQ, et ensuite l'utiliser comme point de départ d'une stratégie GSEQ pour le reste du temps permet d'obtenir des solutions de meilleure qualité que de continuer dans la stratégie JSEQ. Les résultats de la stratégie COMPL sont prometteurs à l'entraînement, mais n'obtiennent pas de bons résultats en test. L'ensemble des résultats est disponible dans [3].

## Références

- [1] J. Erschler et F. Roubellat An Approach to Solve Workshop Real Time Scheduling Problems, *Advanced Information Technologies for Industrial Material Flow Systems* p. 651, 1989.
- [2] P. Kouvelis and G. Yu *Robust Discrete Optimization and Its Applications* Springer 1997
- [3] L. Rivière *Représentation compacte d'ensembles de solutions pour l'ordonnancement sous incertitude*, thèse de Doctorat, Université Toulouse III Paul Sabatier, 2023.