

Complexité du placement de réseaux virtuels

Amal Benhamiche² Pierre Fouilhoux¹ Lucas Létocart¹ Nancy Perrot²
Alexis Schneider^{1,2}

¹ LIPN CNRS 7030, Université Sorbonne Paris Nord, Villetaneuse

² Orange Innovation, Chatillon

Mots-clés : *Virtualisation des réseaux, complexité, cas polynomiaux*

1 Introduction

La virtualisation des réseaux, qui arrive peu à peu avec la technologie 5G et le *Network Slicing*, est un enjeu majeur des prochaines années pour les opérateurs de télécommunication, devant permettre de nouveaux usages aux exigences très variées, comme la chirurgie à distance, les villes intelligentes, ou les voitures autonomes. En effet, la virtualisation des fonctions réseau permet plus de flexibilité et d'efficacité dans le traitement des demandes et l'utilisation des ressources réseau. Le cadre formel modélisant cela dans la littérature d'optimisation combinatoire est le problème du placement de réseaux virtuels, ou Virtual Network Embedding (VNE), qui mêle à la fois des aspects d'affectation et de routage dans des graphes. Nous nous intéressons à l'évolution de la complexité de ce problème selon différentes topologies de graphes et caractéristiques d'instances.

2 Définition du problème

On considère un graphe non orienté, le *graphe physique*, $G_s = (V_s, E_s)$, avec des capacités et des coûts sur les sommets et les arêtes, qui représente un réseau de télécommunications ; ainsi qu'un ensemble R de graphes non-orientés, les *graphes virtuels*, $G_r = (V_r, E_r)$, $r \in R$, avec des demandes de capacités sur les sommets et arêtes, qui représentent les demandes à allouer dans le graphe physique.

Un placement (*mapping*) d'un graphe virtuel sur le graphe physique est une affectation des sommets virtuels sur des sommets physiques et un routage des arêtes virtuelles sur des chemins physiques, tels que les extrémités des chemins correspondent aux affectations des sommets virtuels. Le problème VNE correspond alors à trouver un placement pour tous les graphes virtuels respectant les capacités et minimisant le coût total.

En plus des capacités, le problème prend communément en compte la latence et de restriction de placement. De nombreuses contraintes comme le routage de chemins de secours ou l'isolation entre les réseaux virtuels peuvent être prises en compte pour rendre la modélisation plus réaliste.

3 Complexité

Dans une première étude [3] sur la complexité du problème VNE, Tieves et al. montrent que le VNE est NP-difficile en considérant uniquement les contraintes de capacité, même quand les réseaux virtuels sont limités à un sommet. Dans [2], Rost et Schmidt utilisent une réduction du problème de couplage à 3 dimensions, pour montrer que le problème est aussi NP-difficile pour différentes combinaisons de contraintes (capacités, latence et restriction de placement). Un seul cas polynomial est présenté dans [1] au travers du *Virtual Cluster Embedding* par une

réduction à un problème de flot.

Nous nous intéressons à cerner la difficulté du problème VNE en jouant sur les contraintes prises en compte (principalement de capacités et de restrictions de placement), et sur les caractéristiques des réseaux virtuels et physiques : topologies, profil des demandes et des capacités... Pour expliciter facilement les cas étudiés, nous proposons une taxonomie qui prends en compte ces différents aspects.

Parmi les cas polynomiaux, nous étendons l'algorithme de Rost et al. [1] sur le placement d'une étoile virtuelle à demandes unitaires, de manière à prendre en compte les restrictions de placement des sommets. Nous proposons deux algorithmes de programmation dynamique pour résoudre polynomialement le placement d'arbres virtuels, et le placement de différentes topologies sur un arbre physique lorsque les demandes sont unitaires.

Pour étudier les frontières de la difficulté des instances, nous discutons des limites de nos algorithmes polynomiaux à traiter des instances contenant des caractéristiques proches. Nous prouvons que des cas proches deviennent NP-difficiles par des réductions polynomiales. Nous présentons également des cas d'instances dont la complexité est une question ouverte intéressante.

Cette étude théorique de complexité sur le problème VNE permet de mieux en comprendre la structure et ainsi de guider les approches à mettre en œuvre pour sa résolution avec des instances de réseaux réalistes.

Références

- [1] Matthias Rost, Carlo Fuerst, and Stefan Schmid. Beyond the Stars : Revisiting Virtual Cluster Embeddings. *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, 45(3) :12–18, July 2015.
- [2] Matthias Rost and Stefan Schmid. On the Hardness and Inapproximability of Virtual Network Embeddings. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 28(2) :791–803, April 2020.
- [3] Martin Tieves, Edoardo Amaldi, Stefano Coniglio, and Arie M.C.A. Koster. On the computational complexity of the virtual network embedding problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 52 :213–220, June 2016.