Décomposition de Benders logique pour optimiser la couverture de polygones par des satellites de télécommunication multi-faisceaux

Camille Lescuyer[1], Christian Artigues[2], Jean-Thomas Camino[1], Cédric Pralet[3]

[1] Airbus Defense and Spaces, Toulouse, France
{camille.lescuyer, jean-thomas.camino}@email.adress
[2] CNRS, LAAS, Toulouse, France
christian.artigues@laas.fr
[3] ONERA, DTIS, Toulouse, France
cedric.pralet@onera.fr

Mots-clés : *Satellite de télécommunication, télédiffusion, méthode de décomposition*

1 Introduction

Pendant la phase de conception d'un satellite de télécommunication, le choix des équipements de l'antenne et sa configuration peuvent être modélisés comme des problèmes d'optimisation combinatoire, comme le montre [1]. Dans ce papier, on propose de modéliser un problème rencontré pour dimensionner l'antenne d'un satellite pour une mission de télécommunication spécifique : de télédiffusion sur des régions, ou polygones à la surface de la Terre. La conception de l'antenne consiste notamment à construire un ensemble de faisceaux qui permettront de couvrir le plus de régions possibles, notre objectif principal. En objectif secondaire, on cherche à minimiser la taille des faisceaux afin d'avoir de bonnes performances radiofréquence. Nous pouvons définir un faisceau comme étant le cercle couvrant minimum d'un sous-ensemble de polygones, ce que nous pouvons calculer en un temps polynomial grâce à l'algorithme de Weltz. Calculer tous les faisceaux potentiels n'est pas envisageable en pratique, étant donné qu'il existe potentiellement autant de faisceaux possibles que de sous-ensemble de polygones.
Un faisceau doit être affecté à un unique réflecteur (parabole qui concentre les signaux sur une direction précise à la surface de la Terre). Ce faisceau est alors produit par une source de radiofréquence située sous ce réflecteur, dont la taille et la position est directement liée à la taille et la position du faisceau (antenne de type Single-Feed-Per-Beam). Deux faisceaux proches et suffisamment larges peuvent entraîner la collision de leurs sources respectives s'ils sont situés sur le même réflecteur. Ces contraintes mécaniques peuvent être modélisées par un graphe G, dont les nœuds représentent les faisceaux et les arêtes l'incompatibilité de deux faisceaux d'être affectés au même réflecteur. Une solution réalisable pour notre problème consiste en un ensemble de faisceaux dont le graphe associé G est coloriable avec autant de couleurs que notre satellite possède de réflecteurs.

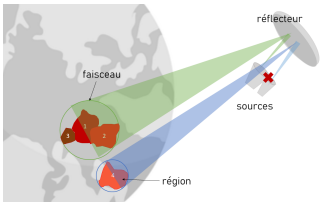

FIG. 1 – Schéma d'une antenne et régions à couvrir

2 Décomposition de Benders logique

Nous proposons une méthode inspirée de la décomposition de Benders la logique [2] pour résoudre ce problème. Un problème maître et un sous-problème sont résolus itérativement jusqu'à atteindre une solution réalisable.

Le problème maître est un programme linéaire en nombre entier (PLNE). Il consiste à trouver une coloration pour chaque région et décider si deux régions appartiennent au même faisceau. La couleur de la région correspond directement au réflecteur auquel le faisceau couvrant cette région est associé. Les coupes sont définies par des ensembles alimentés par le sous-problème. Premièrement, l'ensemble I (pour "Interdit"), comprend des sous-ensembles de régions qui ne peuvent pas toutes être dans le même faisceau, sinon la taille de celui-ci serait supérieure à la taille maximale autorisée. Ensuite, pour chaque couple de régions (i, j), l'ensemble C (pour "Couplant") contient des sous-ensembles de régions tels que, si toutes les régions de cet ensemble ont la même couleur, alors pour tout couple $(i, j) \in C$, i et j doivent être dans un même faisceau. Compte tenu de la solution du problème maître, le sous-problème construit l'unique ensemble de faisceaux associé. Celui-ci peut alors présenter des infaisabilités : un faisceau dont le rayon est supérieur à la taille limite autorisée par exemple, ou deux faisceaux associés au même réflecteur en conflit. On alimente alors respectivement I et C. Dans le cas contraire, l'ensemble de faisceaux construit est une solution faisable à notre problème.
Sur les instances du problème à 90 régions, les coupes générées peuvent atteindre de très grandes tailles en termes de nombre de régions (jusqu'à 80 régions), ce qui ne permet pas d'élaguer suffisamment l'espace de recherche. Nous avons donc défini une méthode pour réduire la taille de ces coupes. Les ensembles de régions à ajouter dans C sont définis à partir des régions couvertes par deux faisceaux distincts en conflit. Certaines régions non couplantes peuvent être retirées de cet ensemble. Pour chaque ensemble de régions P_k couvert un faisceau k, on détecte d'abord les régions frontière $P_{kf} \subset P_k$, qui permettent de définir la position et la taille du faisceau. On construit le graphe de conflit G des faisceaux qui couvrent chacun une région de l'ensemble P_k. Puis, on cherche le sous-graphe induit d'arêtes de poids minimal (poids identiques de valeur 1) qui contient tous les sommets correspondant aux faisceaux couvrants chaque région de P_{kf}, soit un arbre de steiner. Sur des instances de 22 et 30 régions, cette méthode a permis de diviser le temps de calcul respectivement par 2.2 et 2, et le nombre d'itérations respectivement par 2 et 1,4. Les instances de plus de 90 régions n'ont pourtant pas pu être résolus en 6h de temps de calcul.

3 Hybridation avec une heuristique

Nous proposons d'utiliser une heuristique pour contrer les limites sur les instances comportant plus de 90 régions. Cette méthode permet de construire rapidement des solutions réalisables par des mécanismes de fusion et de scission de faisceaux. Si la qualité des solutions obtenues avec cette méthode peut être mise en doute, nous pouvons en revanche utiliser cette méthode de deux manières. Premièrement, nous pouvons initialiser le problème maître avec une solution réalisable de l'heuristique. Ensuite, nous pouvons prendre une solution partielle obtenue avec la méthode de Benders (présentant des infaisabilités) et la corriger par des mécanismes de fusion et scission.

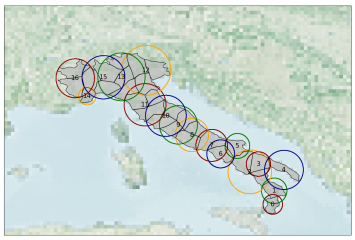

FIG. 2 – Solution obtenue avec la méthode de Benders

Références

[1] Jean-Thomas Camino. *Co-optimisation charge utile satellite et système télécom.* PhD thesis, 2017.

[2] John N Hooker and Greger Ottosson. Logic-based benders decomposition. *Mathematical Programming*, 96(1) :33–60, 2003.